MECANICA DE FLUIDOS Y MAQUINAS FLUIDODINAMICAS

Guía Trabajos Prácticos N°8: **Volúmenes de control. Leyes fundamentales**

Conservación de la masa

El principio de conservación de la masa nos dice que:

$$\frac{Dm}{Dt}=\frac{D}{Dt}\int_{sys}\rho.dv=0$$

Donde sys representa al conjunto de partículas materiales que conforman la masa fluídica considerada. Obviamente en todo instante dicha masa ocupará un volumen en el espacio natural, que irá cambiando en la medida que el fluido esté en movimiento.

Si observamos desde un volumen fijo en el espacio (determinado arbitrariamente por el observador, y de acuerdo a su conveniencia), el principio de conservación de la masa asume la forma siguiente :

$$\frac{D}{Dt}\int_{sys}\rho.dv=\frac{\partial}{\partial t}\int_{vc}\rho.dv+\int_{sc}\rho\left(\bar{u}.\bar{n}\right)dA$$

Tener en cuenta que todo principio físico involucra partículas materiales que se mueven, y que de alguna manera hay que acompañar, dado que dichos principios involucran propiedades de las partículas y no de los puntos del espacio que ellas ocupan. De esta manera debemos expresar dichas leyes, respetando su carácter Lagrangiano (intrínseco a las partículas), pero en coordenadas y volúmenes fijos al Laboratorio (descripción Euleriana), donde los aspectos algebraicos del problema asumen una forma más sencilla.

1. En la deducción del Lema De Reynolds es necesario establecer la relación entre un elemento diferencial de volumen dV(t) al tiempo t de un conjunto elemental de partículas y el volumen que estas ocupan al tiempo t + Δt, dicha relación queda expresada de la siguiente manera:

   $$dV(t + \Delta t) = J\ dV(t)$$

   donde J es el jacobiano de la transformación de coordenadas dada por el cambio en la posición de las partículas entre dichos tiempos de acuerdo,

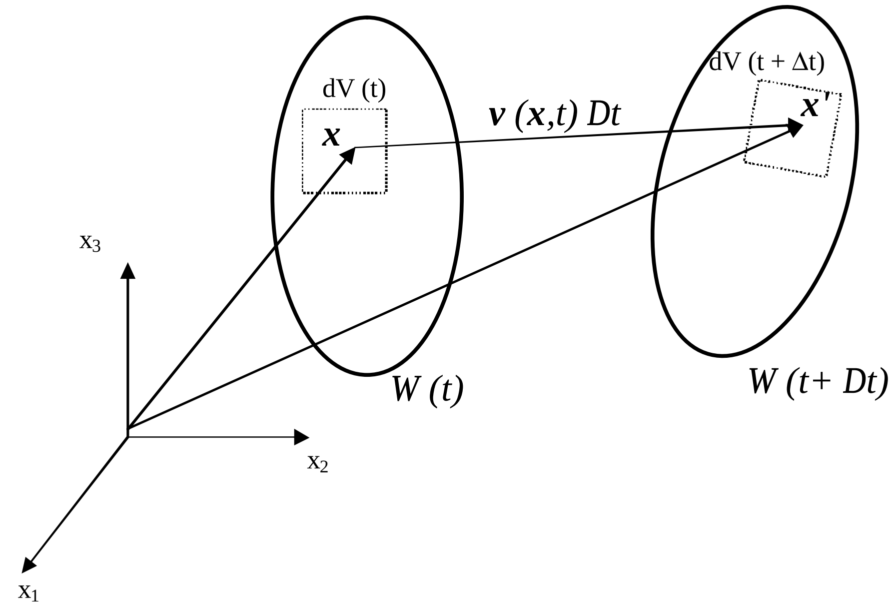
   $$x' = x + v\,(x,t)\ \Delta t$$

   Muestre que, a primer orden en Δt, vale lo siguiente:

   $$J\,(x\ ,\ t + \Delta t) = 1 + \mathrm{div}\,(v)\ .\ \Delta t$$

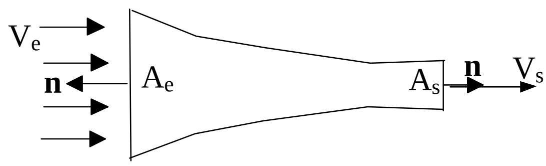
   recordando que,

   $$J\,(\mathbf{x}\ ,\ t+D\,t)=\left|\frac{\partial x'_i}{\partial x_j}\right|=\left|d_{ij}+\frac{\partial v_i(x_j\ ,t)}{\partial x_j}\Delta t\right|$$



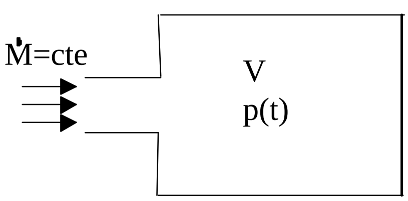
2. Particularice la forma del Principio de Conservación de la Masa para los casos, Estacionario y No Estacionario con densidad constante.

   Para el caso de la figura como se aplicaría lo anterior?



   Qué interpretación tienen dichas integrales? Cómo quedan dichas relaciones, usando velocidad media (dé una definición apropiada de la misma).

3. El compresor impone a su tanque un caudal másico constante. Si consideramos al aire como un gas ideal y, suponemos que además el tanque disipa muy bien el calor, por lo que el proceso puede suponerse isotérmico. Dé la presión en función del tiempo.



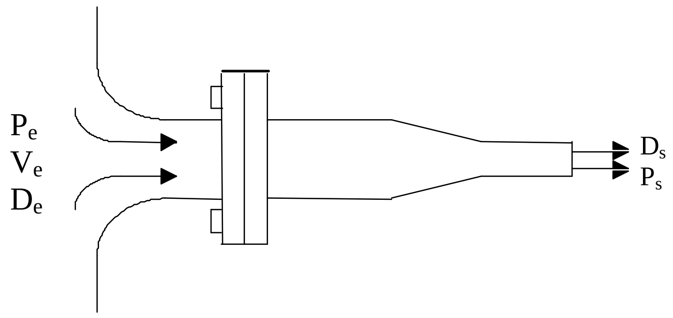
Conservación de la cantidad de movimiento

La segunda ley de Newton, resulta en su forma para volúmenes de control, de la siguiente manera:

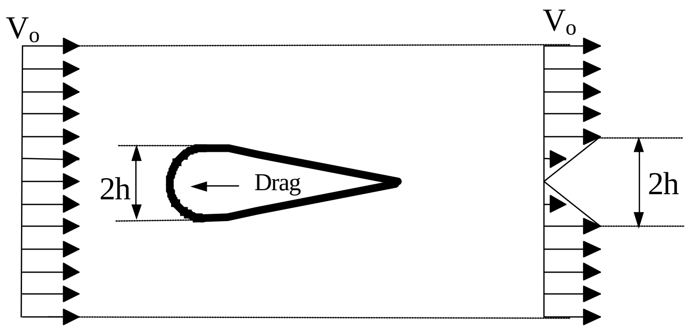
$$\sum \overline{F}_{ext} = \frac{D}{Dt}\int_{sys} \rho \overline{u}\, dv = \frac{\partial}{\partial t}\int_{vc} \rho \overline{u}\, dv + \int_{sc} \rho \overline{u} \left(\overline{u} . \overline{n}\right) dA$$

Muestre que a los efectos de tener en cuenta los esfuerzos externos sobre la Superficie de Control (S.C.), sólo es necesario usar presión relativa.

4.- Para el problema presentado en la figura calcule la tensión sobre los bulones que sujetan la brida. Flujo incompresible y estacionario de caudal másico *M*. Pista: Evalúe las diferentes alternativas para la elección del Volumen de Control .



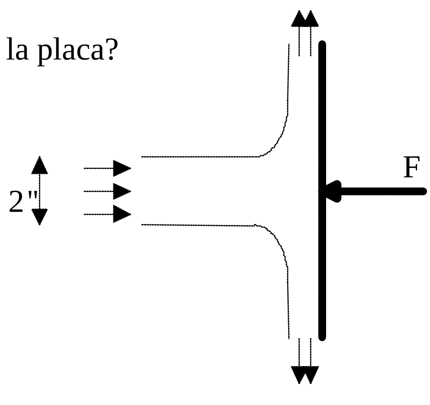
5.- Para el perfil mostrado en la figura, y de acuerdo al análisis de estela que muestra el flujo a la salida del VC, obtenga la fuerza de arrastre (drag). Considere que el flujo lateral sale con la velocidad del perfil uniforme.



6.- Un chorro (jet) plano de agua de 2in.de diámetro choca con una placa plana orientada normal al mismo. El caudal Q es de 10 ft^3/seg. Asuma que la placa es lo suficientemente grande, de tal manera que las líneas de corriente son paralelas a la salida del VC.

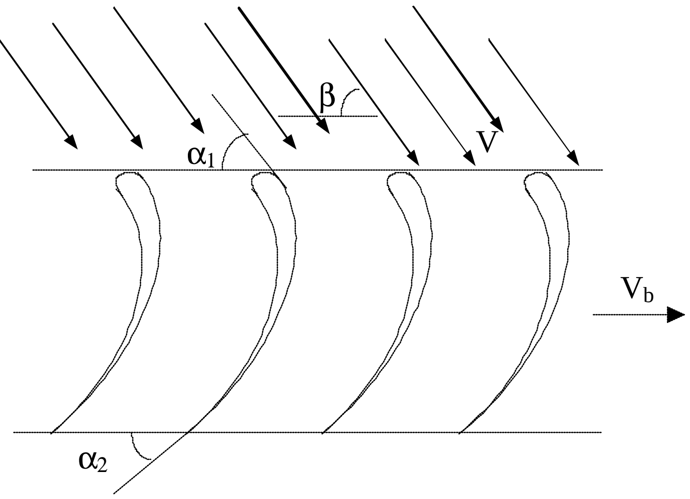
4.1 Qué fuerza F hay que hacer para sostener la placa?

4.2 Si la placa se mueve con la mitad de la Velocidad del Chorro, cuánto vale F ?

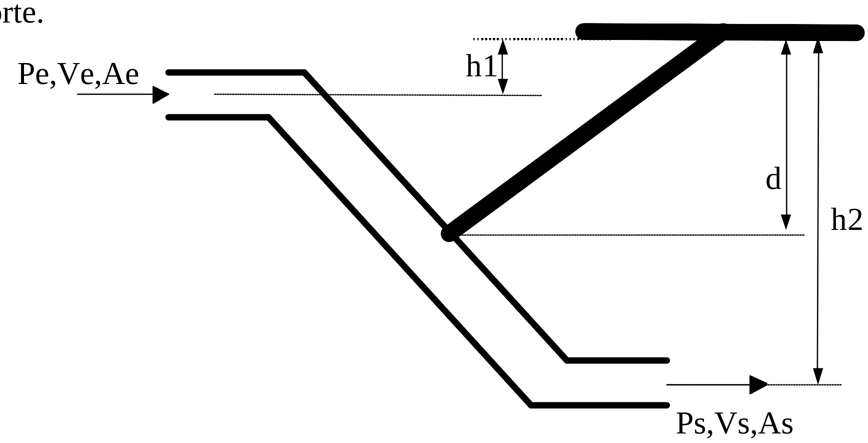


7.- Un chorro de aire a alta velocidad pasa a través de los álabes del rotor de una turbina, siendo desviado y evacuado al medio.

Determine la componente de la fuerza en la dirección del movimiento del álabe, para la velocidad tangencial del rotor V_b, sabiendo que la turbina está diseñada para que la velocidad de entrada y salida sean tangenciales al álabe, vistas desde el mismo.



8.- Para el desvío mostrado en la figura, calcule las fuerzas y el momento en la base del soporte.



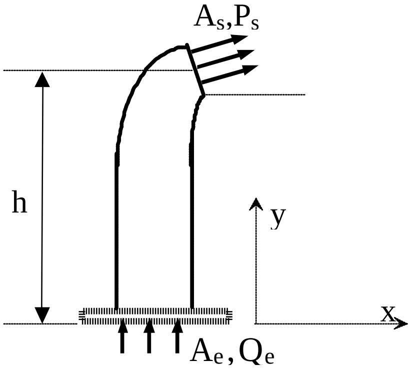
9.- En la figura se observa un cañón de riego, que impulsa una caudal Q_e de agua a 100 metros de distancia.

9.1 Despreciando las pérdidas, calcule la presión a la entrada, teniendo en cuenta que el cañón descarga a la atmósfera.

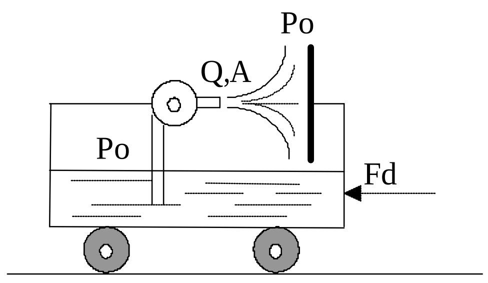
9.2 Sabiendo que el ángulo que forma el chorro con la horizontal es 45°, determine la fuerza de sujeción del soporte y el momento al cual está sometida la brida

9.3 Si el caudal de riego es Q_e = 50000 lts/hr, y con la hipótesis de 1 y 2, dé las magnitudes de los esfuerzos en la brida. (H=1.5m; De = 5")

9.4 Consigne brevemente, qué variables cambiaría en el cálculo del punto 2, si tuviera en cuenta las pérdidas por fricción, y cómo se vería modificada la resolución del punto 1. Indique solo que tipo de corrección haría.

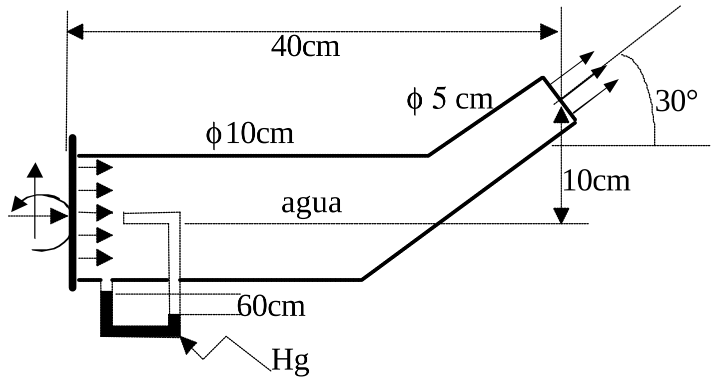


10.- Calcule la fuerza sobre la placa y la trayectoria del carro *(X(t))*.

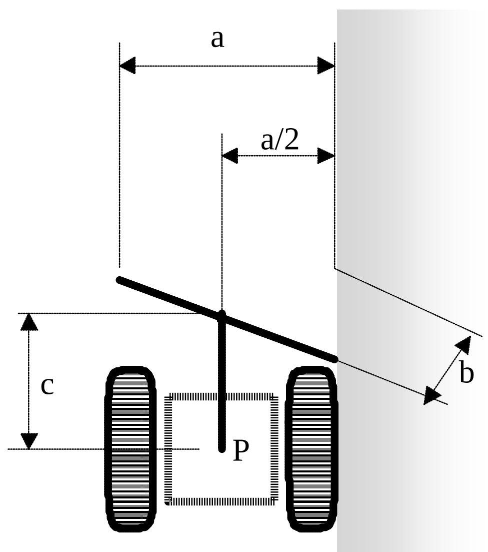


Fd = 0.3 Nt s /m . V
Q = 1 lt/s
A= 10 cm^2
ρ=1 kg/ lt

11.- De acuerdo al esquema mostrado en la figura, calcule los esfuerzos resultantes de los bulones sobre la brida (F_x , F_y . M_z)
La densidad del mercurio es $13{,}6.10^{-3}$ kg/cm^3, y la del agua $1{,}0.10^{-3}$ kg/cm^3



12.- La figura representa una motopala que barre la nieve acumulada en la calle y la deja en la vereda. Si se desplaza a velocidad constante conocida V, determine las fuerzas y el momento que se producen en punto P.

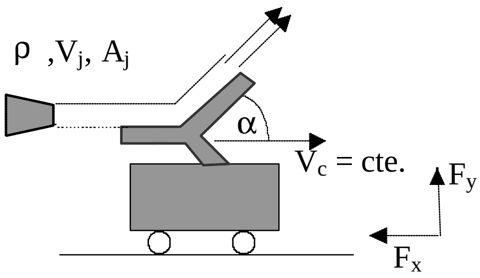


MECANICA DE FLUIDOS Y MAQUINAS FLUIDODINAMICAS

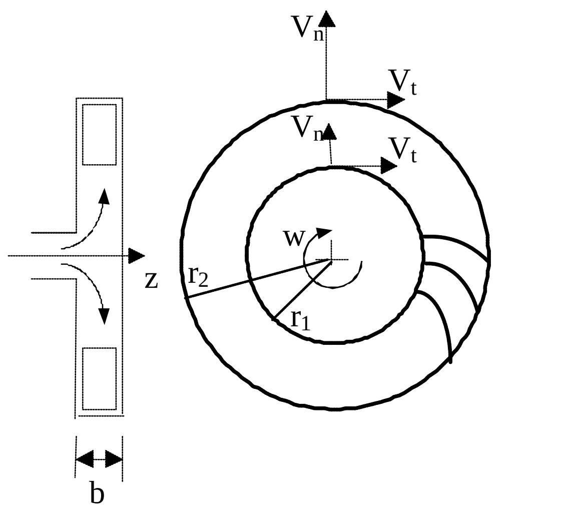
Guía Trabajos Prácticos N°8: **Volúmenes de control. Leyes fundamentales.**
(Ejercicios propuestos)

1.- El carro representado en la figura se mueve a velocidad constante V_c. La velocidad y el área del chorro son V_j y A_j . La presión es uniforme. Despreciar la fricción y calcular F_x y F_y para que se cumpla la condición de aceleración del carro nula. Considere dos casos:

1.1) peso despreciable del carro
1.2) carro con masa *m* no despreciable.



2) El fluido entra axialmente y pasa a través de los álabes de la bomba, que rota a velocidad angular *w*. La velocidad del fluido cambia de V_1 a V_2 y la presión de p_1 a p_2.
2.1 Encontrar el torque *To* que debe ser aplicado para mantener este flujo.
2.2 Encontrar la potencia suministrada con: $r_1 = 0.2$ m
$r_2 = 0.5$ m
$b = 0.15$ m
$n = 600$ rpm.
$Q = 2.5\ m^3/seg$
$\rho = 1000\ kg/m^3$

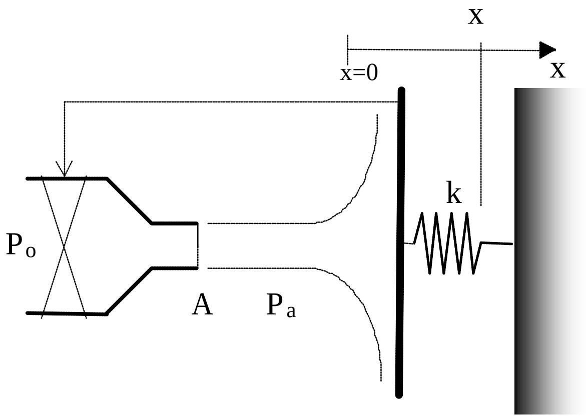


3.- Un chorro horizontal de líquido de un reservorio a la presión *Po*, golpea una placa vertical soportada por un resorte de constante *k*, como muestra la figura 3. Cuando el resorte está totalmente comprimido, el máximo valor de x es x_m . La placa está ligada a una válvula en la tobera, de manera que el área del chorro A es :

$$A = A_m \; (1 - x / x_m)$$

donde A_m es la máxima área del chorro, y $x=0$ para el resorte descomprimido.
Suponer que los contornos del chorro están a presión atmosférica P_a, y despreciar la fricción. Demostrar que x/x_m es de la forma

$$\frac{x}{x_m} = \frac{1}{1 + \dfrac{k.x_m}{2.A_m(p_o - p_a)}}$$



4.- Un recipiente de volumen V originalmente contiene una masa m_i de gas a presión p_i. Hay un pequeño orificio de área A y el gas escapa lentamente y abandona el orificio a la presión atmosférica P_o. El gas obedece a la ley $p = r.R.T$.
En base a las siguientes aproximaciones

i) El flujo es cuasi-estático, es decir, los términos no estacionarios en la ecuación de Euler son despreciables comparados con los otros términos.

ii) El caudal es tan pequeño que la transmisión de calor de los alrededores mantiene el gas en el recipiente y en el chorro a temperatura constante.

Demostrar que ecuación diferencial para la presión P en el recipiente como función del tiempo es

$$\frac{d(p/p_a)}{[\ln(p/p_a)]^{½}} = \frac{A\sqrt{2RT}}{V}dt$$